

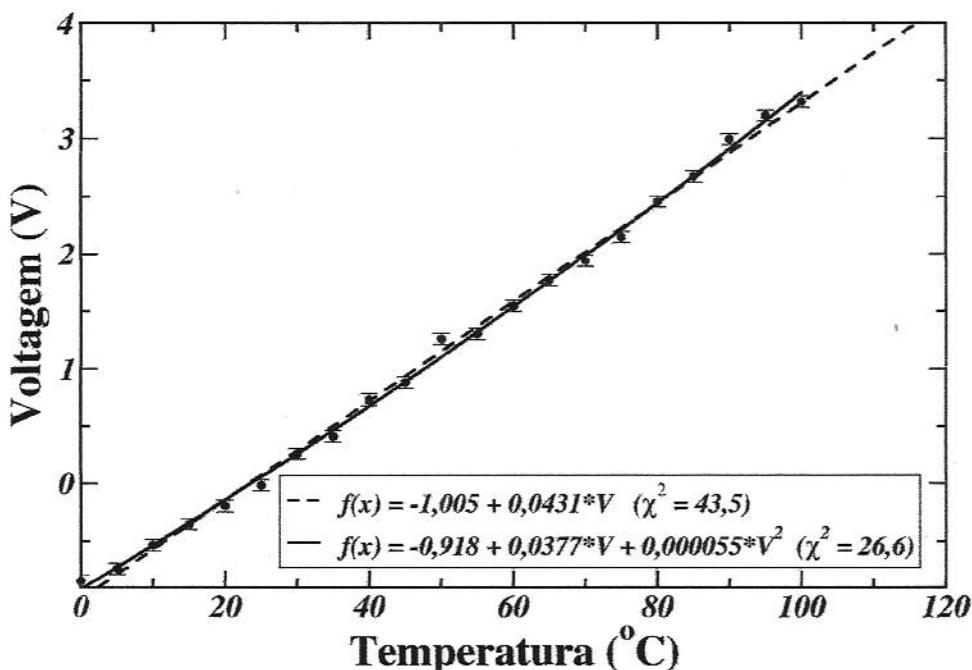


NOME: _____

GABARITO

PROF.: Roberto

QUESTÃO 1. Um grupo de estudantes planeja monitorar a temperatura de um objeto utilizando um termopar. O termopar é um dispositivo que gera um diferença de voltagem como resposta à temperatura a qual o termopar está em contato. Para utilizá-lo, no entanto, o grupo precisa calibrar o termopar. Para tanto é medido a voltagem induzida no termopar em função da temperatura do objeto em passos de 5°C (21 pontos experimentais). Os valores de voltagem são medidos com um voltímetro cuja incerteza é de aproximadamente 0,05 mV. A curva de calibração é apresentada no gráfico abaixo juntamente com dois ajustes: i) ajuste linear e ii) ajuste com polinômio de 2º grau. O valor de chi-quadrado de cada ajuste está indicado na legenda da figura.



- Ao nível de significância de 0,1% é possível descartar alguns dos 2 ajustes? (consulte a tabela 3)
- Ao nível de significância de 1,0% é possível descartar alguns dos 2 ajustes? (consulte a tabela 3)
- Um 3º ajuste é realizado sobre o mesmo conjunto de dados e reproduzido na figura abaixo (próxima página). O que você pode afirmar com relação ao valor de chi-quadrado? Esse ajuste é melhor ou pior que os anteriores? Justifique.

a) Ao nível de significância de 0,1%

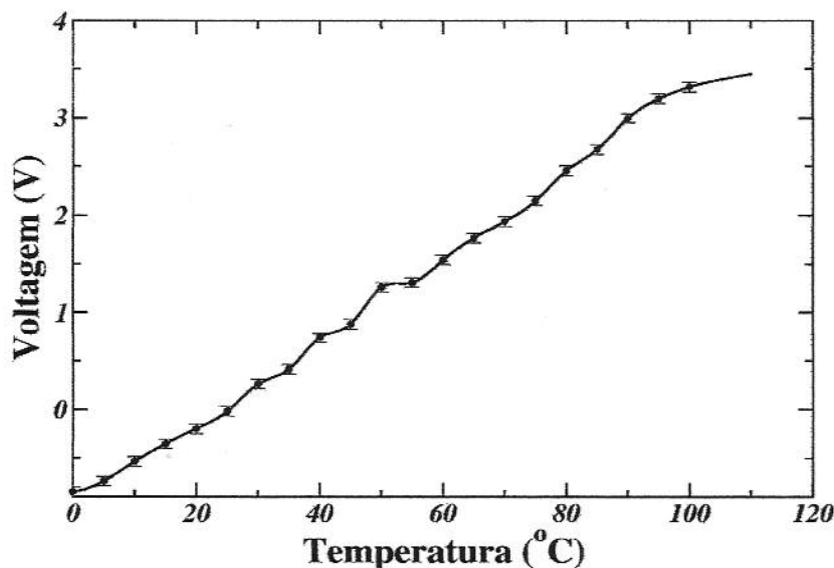
$$\chi^2_{\text{crit}} (l = 19) = 43,8 \quad \text{e} \quad \chi^2_{\text{crit}} (l = 18) = 42,3$$

Como em ambos os casos $\chi^2 < \chi^2_{\text{crit}}$ não é possível descartar nenhuma das funções.



NOME: _____

PROF.: Roberto



b) Ao nível de 1,0% $\chi^2_{\text{crit}} (l=19) = 36,2$
logo $\chi^2 (\text{linear}) = 43,5 > \chi^2_{\text{crit}}$
e pode-se descartar o 1º ajuste (linear)

e) O ajuste possui $\chi^2 \sim 0$ já que a função passa por todos os pontos experimentais. Na distribuição de χ^2 um valor muito baixo é pouco provável (cf. tabela de χ^2) e portanto esse ajuste é inadequado.

obs.: essa curva é uma spline. consulte na internet.

Tópicos de Física I: Tratamento de Dados
2ª Prova – 22/03/2013

NOME: _____

PROF.: Roberto

QUESTÃO 2. Em um experimento típico que envolve a determinação das energias de partículas, por exemplo, a eletrônica associada a um detetor de partícula consiste, entre outros módulos, de uma conversor ADC. Esse conversor registra um valor, digamos ch , que é proporcional a energia da partícula através da seguinte relação:

$$E = A + B * ch$$

Os parâmetros A e B , bem como o ch , possuem incertezas σ_A , σ_B e σ_{ch} , respectivamente. Considere, daqui em diante, que no detetor foi registrado 2 partículas de energias distintas de tal modo que

$$E_1 = A + B * ch_1$$

$$E_2 = A + B * ch_2$$

Através da propagação de erros,

$$\sigma_{E1}^2 = \sigma_A^2 + ch_1^2 \sigma_B^2 + B^2 \sigma_{ch_1}^2$$

(analogamente para a incerteza em E_2).

- Você espera algum tipo de covariância entre ch_1 e ch_2 ? (não precisa justificar).
- Determine a incerteza de $\Delta E = E_2 - E_1$.
- Uma outra forma de calcular a diferença de energia seria através de $\Delta E = B(ch_2 - ch_1)$. Determine novamente sua incerteza.
- As incertezas calculadas nos itens (a) e (b) são equivalentes?

a) Não. Em princípio um detetor de partículas detecta eventos sucessivos independentemente.

b) Por propagação de erros (sem incluir a covariância entre E_2 e E_1)

$$\sigma_{\Delta E}^2 = \sigma_{E_2}^2 + \sigma_{E_1}^2 = 2\sigma_A^2 + \sigma_B^2(ch_1^2 + ch_2^2) + B^2(\sigma_{ch_1}^2 + \sigma_{ch_2}^2)$$

Mais o termo de covariância

$$2 \frac{\partial \Delta E}{\partial A} \cdot \frac{\partial \Delta E}{\partial A} \text{cov}(E_1, E_2) = -2 \text{cov}(E_1, E_2)$$

e) Neste caso, eh_1 e eh_2 são independentes e

$$\sigma_{AE}^2 = (eh_2 - eh_1)^2 \sigma_B^2 + B^2 \sigma_{ch_2}^2 + B^2 \sigma_{ch_1}^2$$

$$\sigma_{AE}^2 = \sigma_B^2 (eh_2^2 + eh_1^2) + B^2 (\sigma_{ch_1}^2 + \sigma_{ch_2}^2) - 2eh_1 \cdot eh_2 \cdot \sigma_B^2$$

d) As respostas nos itens b) e c) ~~não~~ ~~são~~ não equivalentes apenas se

$$2\sigma_A^2 - 2\text{COV}(E_1, E_2) = -2eh_1 \cdot eh_2 \sigma_B^2$$

$$2\text{COV}(E_1, E_2) = 2\sigma_A^2 + 2eh_1 \cdot eh_2 \sigma_B^2$$

importante: identificar que o item b) demanda o termo de covariância.



Tópicos de Física I: Tratamento de Dados
2ª Prova – 22/03/2013

NOME: _____

PROF.: Roberto

QUESTÃO 3. Um físico precisa de uma medida acurada da atividade de uma fonte radioativa. Para otimizar o uso de seu tempo, ele primeiro faz rápidas medições aproximadas da taxa total de ocorrências (fonte mais fundo) e da taxa de fundo. Essas aproximações dão ao físico valores grosseiros das taxas verdadeiras, r_{tot} e r_{fun} . Para obter valores mais acurados, ele planeja contar o número total v_{tot} (fonte + fundo) em um longo período de tempo T_{tot} e o número de eventos de fundo v_{fun} em um longo período de tempo T_{fun} . A partir dessas medições, ele calculará as taxas R_{tot} , R_{fun} e finalmente R_{fon} , referente apenas à fonte.

O detector que ele usa estará disponível por apenas um tempo T , de modo que os dois tempos T_{tot} e T_{fun} estão condicionados a não exceder

$$T = T_{tot} + T_{fun}$$

Portanto, o físico deve escolher os dois tempos T_{tot} e T_{fun} de forma a minimizar a incerteza em seu resultado final de R_{fon} .

a) Demonstre que a incerteza final obtida pelo físico será mínima se ele escolher os dois tempos tais que

$$\frac{T_{tot}}{T_{fun}} = \sqrt{\frac{r_{tot}}{r_{fun}}}$$

b) Se o tempo t disponível for de 1 hora e as suas medições preliminares tiverem resultado em $r_{tot}/r_{fun} \sim 4$, como ele deve escolher T_{tot} e T_{fun} ?

VEJA EM TAYLOR ex. 19 do cap. 11.



Tópicos de Física I: Tratamento de Dados
2ª Prova – 22/03/2013

NOME: _____

PROF.: Roberto

QUESTÃO 4. Em um laboratório didático 6 grupos de estudantes mediram a aceleração da gravidade local obtendo os resultados 8,5; 8,0; 9,2; 8,7; 8,8; 10,3; (em m/s^2). Supondo que esses resultados obedecem a mesma função densidade de probabilidade gaussiana:

a) Use o teste t para verificar se esses dados são compatíveis com o valor de $g = 9,807 m/s^2$ dentro de níveis de significância de 5%, 1% e 0,1%. (Atenção: determine a média e o desvio padrão dos dados).

Outros 6 grupos de estudantes obtiveram, para a aceleração da gravidade no mesmo local (e também em m/s^2) os valores 9,2; 9,9; 9,9; 9,5; 10,5; 10,0

b) Use o teste F para verificar se este conjunto de dados pode ter o mesmo desvio padrão que o conjunto de dados do exercício anterior (com nível de significância de 5%)

c) Supondo que o desvio padrão de ambos os conjuntos de dados sejam iguais, use o teste t para verificar se ambas as medidas podem corresponder a uma mesma grandeza física.

a) média = 8,92 ; $\sigma_1 = 0,32$; $\sigma_m = 0,32$
 resultado: $8,92 \pm 0,32 m/s^2$

$$t = \frac{|8,92 - 9,807|}{0,32} = 2,77$$

Ao nível de 5% : $t_{crit}(v=5) = 2,57 \therefore t > t_{crit}$
 (não é válido!)

Ao nível de 1% : $t_{crit}(v=5) = 4,03 \therefore t < t_{crit}$
 (válido!)

Ao nível de 0,1% : $t_{crit}(v=5) = 6,87 \therefore t < t_{crit}$ (válido!)

b) Para o 2º conjunto de dados. média = 9,83 ; $\sigma_2 = 0,41$
 $\sigma_m = 0,18$

$$F_{55} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \approx 2,3,4$$

consultando a tabela F_{crit} (para nível de 5%) } logo ambos os conjuntos não compatíveis e o mesmo σ .
 $F_{crit} = 3,63 \approx$ usando como aprox. p/ F_{55}



Tópicos de Física I: Tratamento de Dados
2ª Prova – 22/03/2013

NOME: _____

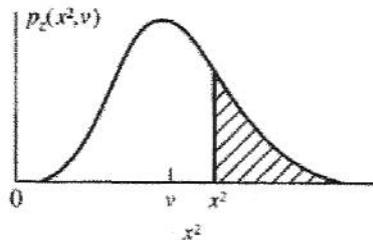
PROF.: Roberto

$\alpha =$	0,05	0,01	0,001
ν			
1	12,7	63,7	636
2	4,30	6,97	31,6
3	3,18	5,84	12,9
4	2,78	4,60	8,61
5	2,57	4,03	6,87
10	2,23	3,17	4,59
20	2,09	2,85	3,85
30	2,04	2,75	3,65
∞	1,96	2,58	3,29

$\nu =$	1	2	3	4	9	19
ν'						
1	161	200	225	230	240	248
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,4	19,4
3	10,1	9,55	9,28	9,12	8,8	8,67
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,00	5,81
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,18	2,95
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,42	2,17

Tabela 1. Valores para a distribuição de t de Student.

Tabela 2. Valores para a distribuição de F de Fisher.



graus de liberdade (ν)	PROBABILIDADE				
	20.0%	10.0%	5.0%	1.0%	0.1%
18	22.8	26.0	28.9	34.8	42.3
19	23.9	27.2	30.1	36.2	43.8
20	25.0	28.4	31.4	37.6	45.3
21	26.2	29.6	32.7	38.9	46.8

Tabela 3. Valores do χ^2 para distintas probabilidades.